

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ИНСТИТУТ  
МЕЖДУНАРОДНЫХ ОТНОШЕНИЙ  
(УНИВЕРСИТЕТ)  
МИД РОССИИ»**

**ПРОГРАММА  
ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ  
МГИМО МИД РОССИИ**

**ПО МАТЕМАТИКЕ**

**(для лиц, имеющих право сдавать экзамены  
в традиционной форме)**

**Москва**

**2016**

# ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ ПО МАТЕМАТИКЕ

Программа вступительного испытания по математике разработана для абитуриентов, имеющих право сдавать экзамены в традиционной форме. Программа по математике составлена на основе федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования.

Программа конкретизирует содержание предметных тем образовательного стандарта и выполняет две основные функции:

**Информационно-методическая** функция позволяет всем участникам образовательного процесса получить представление о целях, содержании, общей стратегии обучения, воспитания и развития учащихся средствами данного учебного предмета.

**Организационно-планирующая** функция предусматривает выделение этапов обучения, структурирование учебного материала, определение его качественных характеристик на каждом из этапов.

## **Общая характеристика учебного предмета**

При изучении курса математики на базовом уровне продолжают и получают развитие содержательные линии: *«Алгебра», «Функции», «Уравнения и неравенства», «Геометрия», «Элементы комбинаторики, теории вероятностей, статистики и логики»*, вводится линия *«Начала математического анализа»*. В рамках указанных содержательных линий решаются следующие задачи:

систематизация сведений о числах; изучение новых видов числовых выражений и формул; совершенствование практических навыков и вычислительной культуры, расширение и совершенствование алгебраического аппарата, сформированного в основной школе, и его применение к решению математических и нематематических задач;

расширение и систематизация общих сведений о функциях, пополнение класса изучаемых функций, иллюстрация широты применения функций для описания и изучения реальных зависимостей;

изучение свойств пространственных тел, формирование умения применять полученные знания для решения практических задач;

развитие представлений о вероятностно-статистических закономерностях в окружающем мире, совершенствование

интеллектуальных и речевых умений путем обогащения математического языка, развития логического мышления;

знакомство с основными идеями и методами математического анализа.

### **Цели**

Изучение математики в старшей школе направлено на достижение следующих целей:

- **формирование представлений** о математике как универсальном языке науки, средстве моделирования явлений и процессов, об идеях и методах математики;
- **развитие** логического мышления, пространственного воображения, алгоритмической культуры, критичности мышления на уровне, необходимом для обучения в высшей школе по соответствующей специальности, в будущей профессиональной деятельности;
- **овладение математическими знаниями и умениями**, необходимыми в повседневной жизни, для изучения школьных естественнонаучных дисциплин на базовом уровне, для получения образования в областях, не требующих углубленной математической подготовки;
- **воспитание** средствами математики культуры личности: отношения к математике как части общечеловеческой культуры: знакомство с историей развития математики, эволюцией математических идей, понимания значимости математики для общественного прогресса.

### **Общеучебные умения, навыки и способы деятельности**

В ходе освоения содержания математического образования учащиеся овладевают разнообразными способами деятельности, приобретают и совершенствуют опыт:

построения и исследования математических моделей для описания и решения прикладных задач, задач из смежных дисциплин;

выполнения и самостоятельного составления алгоритмических предписаний и инструкций на математическом материале; выполнения расчетов практического характера; использования математических формул и самостоятельного составления формул на основе обобщения частных случаев и эксперимента;

самостоятельной работы с источниками информации, обобщения и систематизации полученной информации, интегрирования ее в личный опыт;

проведения доказательных рассуждений, логического обоснования выводов, различения доказанных и недоказанных утверждений, аргументированных и эмоционально убедительных суждений;

самостоятельной и коллективной деятельности, включения своих результатов в результаты работы группы, соотнесение своего мнения с мнением других участников учебного коллектива и мнением авторитетных источников.

### **Результаты обучения**

Результаты обучения представлены в Требованиях к уровню подготовки и задают систему итоговых результатов обучения, которых должны достигать все учащиеся, оканчивающие основную школу, и достижение которых является обязательным условием положительной аттестации ученика за курс основной школы. Эти требования структурированы по трем компонентам: *«знать/понимать»*, *«уметь»*, *«использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни»*. При этом последние две компоненты представлены отдельно по каждому из разделов, содержания.

Очерченные стандартом рамки содержания и требований ориентированы на развитие учащихся и не должны препятствовать достижению более высоких уровней.

## **ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ**

### **АЛГЕБРА**

**Корни и степени.** Корень степени  $n > 1$  и его свойства. Степень с рациональным показателем и ее свойства. Понятие о степени с действительным показателем. Свойства степени с действительным показателем.

**Логарифм.** Логарифм числа. Основное логарифмическое тождество. Логарифм произведения, частного, степени; переход к новому основанию. Десятичный и натуральный логарифмы, число  $e$ .

**Преобразования простейших выражений,** включающих арифметические операции, а также операцию возведения в степень и операцию логарифмирования.

**Основы тригонометрии.** Синус, косинус, тангенс, котангенс произвольного угла. Радианная мера угла. Синус, косинус, тангенс и котангенс числа. Основные тригонометрические тождества. Формулы приведения. Синус, косинус и тангенс суммы и разности двух углов. Синус и косинус двойного угла. Формулы половинного угла. Преобразования простейших тригонометрических выражений.

Простейшие тригонометрические уравнения и неравенства. Арксинус, арккосинус, арктангенс числа.

## **ФУНКЦИИ**

Функции. Область определения и множество значений. График функции. Построение графиков функций, заданных различными способами. Свойства функций: монотонность, четность и нечетность, периодичность, ограниченность. Промежутки возрастания и убывания, наибольшее и наименьшее значения, точки экстремума (локального максимума и минимума). Графическая интерпретация. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях.

Степенная функция с натуральным показателем, её свойства и график.

Графики дробно-линейных функций.

Тригонометрические функции, их свойства и графики; периодичность, основной период.

Показательная функция (экспонента), её свойства и график.

Логарифмическая функция, её свойства и график.

Преобразования графиков: параллельный перенос, симметрия относительно осей координат и симметрия относительно начала координат, симметрия относительно прямой  $y = x$ , растяжение и сжатие вдоль осей координат.

## **НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА**

Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и ее сумма.

Понятие о производной функции, физический и геометрический смысл производной. Уравнение касательной к графику функции. Производные суммы, разности, произведения, частного. Производные основных элементарных функций. Применение производной к исследованию функций и построению графиков.

Понятие об определенном интеграле как площади криволинейной трапеции. Первообразная. Формула Ньютона-Лейбница.

## **УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА**

Решение рациональных, иррациональных, показательных, логарифмических, тригонометрических уравнений и неравенств.

Основные приемы решения систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение, введение новых переменных. Равносильность уравнений, неравенств, систем. Решение простейших систем уравнений с двумя неизвестными. Решение систем неравенств с одной переменной.

Использование свойств и графиков функций при решении уравнений и неравенств. Метод интервалов. Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений и неравенств с двумя переменными и их систем.

Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учет реальных ограничений.

## **ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ, СТАТИСТИКИ И ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ**

Табличное и графическое представление данных. Числовые характеристики рядов данных.

Поочередный и одновременный выбор нескольких элементов из конечного множества. Формулы числа перестановок, сочетаний, размещений. Решение комбинаторных задач.

Элементарные и сложные события. Рассмотрение случаев и вероятность суммы несовместных событий, вероятность противоположного события. Понятие о независимости событий. Вероятность и статистическая частота наступления события. Решение практических задач с применением вероятностных методов.

## **ГЕОМЕТРИЯ**

**Прямые и плоскости в пространстве.** Основные понятия стереометрии (точка, прямая, плоскость, пространство).

Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые. Угол между прямыми в пространстве. Перпендикулярность прямых. Параллельность и перпендикулярность прямой и плоскости, признаки и свойства. Теорема о трех перпендикулярах. Перпендикуляр и наклонная. Угол между прямой и плоскостью.

Параллельность плоскостей, перпендикулярность плоскостей, признаки и свойства. Двугранный угол, линейный угол двугранного угла.

Расстояния от точки до плоскости. Расстояние от прямой до плоскости. Расстояние между параллельными плоскостями. Расстояние между скрещивающимися прямыми.

**Многогранники.** Вершины, ребра, грани многогранника. Развертка. Многогранные углы. Выпуклые многогранники.

Призма, ее основания, боковые ребра, высота, боковая поверхность. Прямая и наклонная призма. Правильная призма. Параллелепипед. Куб.

Пирамида, ее основание, боковые ребра, высота, боковая поверхность. Треугольная пирамида. Правильная пирамида. Усеченная пирамида.

Симметрии в кубе, в параллелепипеде, в призме и пирамиде.

Понятие о симметрии в пространстве (центральная, осевая, зеркальная). Примеры симметрий в окружающем мире.

Сечения куба, призмы, пирамиды.

Представление о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр).

**Тела и поверхности вращения.** Цилиндр и конус. Усеченный конус. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка. Осевые сечения и сечения параллельные основанию.

Шар и сфера, их сечения.

**Объемы тел и площади их поверхностей.** Понятие об объеме тела. Отношение объемов подобных тел.

Формулы объема куба, прямоугольного параллелепипеда, призмы, цилиндра. Формулы объема пирамиды и конуса. Формулы площади поверхностей цилиндра и конуса. Формулы объема шара и площади сферы.

**Координаты и векторы.** Декартовы координаты в пространстве. Формула расстояния между двумя точками.

Векторы. Модуль вектора. Равенство векторов. Сложение векторов и умножение вектора на число. Угол между векторами. Координаты вектора. Скалярное произведение векторов. Коллинеарные векторы. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам.

Компланарные векторы. Разложение по трем некопланарным векторам.

## **ТРЕБОВАНИЯ К УРОВНЮ ПОДГОТОВКИ ВЫПУСКНИКОВ**

***В результате изучения математики ученик должен  
знать/понимать***

- значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике; широту и в то же время ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе;
- значение практики и вопросов, возникающих в самой математике для формирования и развития математической науки; историю развития понятия числа, создания математического анализа, возникновения и развития геометрии;
- универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость во всех областях человеческой деятельности;
- вероятностный характер различных процессов окружающего мира;

### **АЛГЕБРА**

**уметь**

- выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы, применение вычислительных устройств; находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма, используя при необходимости вычислительные устройства; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах;
  - проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции;
  - вычислять значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования;
- использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:**
- практических расчетов по формулам, включая формулы, содержащие степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции;



## **ФУНКЦИИ И ГРАФИКИ**

### **уметь**

- определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции;
- строить графики изученных функций;
- описывать по графику и в простейших случаях по формуле поведение и свойства функций, находить по графику функции наибольшие и наименьшие значения;
- решать уравнения, простейшие системы уравнений, используя свойства функций и их графиков;

**использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:**

- описания с помощью функций различных зависимостей, представления их графически, интерпретации графиков;

## **НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА**

### **уметь**

- вычислять производные и первообразные элементарных функций, используя справочные материалы;
- исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций, строить графики многочленов и простейших рациональных функций с использованием аппарата математического анализа;
- вычислять в простейших случаях площади с использованием первообразной;

**использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:**

- решения прикладных задач, в том числе социально-экономических на наибольшие и наименьшие значения;

## **УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА**

### **уметь**

- решать рациональные, простейшие иррациональные, показательные, логарифмические, тригонометрические уравнения и неравенства, их системы;
- составлять уравнения и неравенства по условию задачи;

- использовать для приближенного решения уравнений и неравенств графический метод;

- изображать на координатной плоскости множества решений простейших уравнений и их систем;

**использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:**

- построения и исследования простейших математических моделей;

## **ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ, СТАТИСТИКИ И ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ**

**уметь**

- решать простейшие комбинаторные задачи методом перебора, а также с использованием известных формул;

- вычислять в простейших случаях вероятности событий на основе подсчета числа исходов;

**использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:**

- анализа реальных числовых данных, представленных в виде диаграмм, графиков;

- анализа информации статистического характера;

## **ГЕОМЕТРИЯ**

**уметь**

- распознавать на чертежах и моделях пространственные формы; соотносить трехмерные объекты с их описаниями, изображениями;

- описывать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве, аргументировать свои суждения об этом расположении;

- анализировать в простейших случаях взаимное расположение объектов в пространстве;

- изображать основные многогранники и круглые тела; выполнять чертежи по условиям задач;

- строить простейшие сечения куба, призмы, пирамиды;

- решать планиметрические и простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов);

- использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы;

- проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;

**использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:**

- исследования (моделирования) несложных практических ситуаций на основе изученных формул и свойств фигур;
- вычисления объемов и площадей поверхностей пространственных тел при решении практических задач, используя при необходимости справочники и вычислительные устройства.

## **ТРЕБОВАНИЯ ПРИ СДАЧЕ ЭКЗАМЕНА ПО МАТЕМАТИКЕ**

Вступительный экзамен по математике проводится в следующем формате.

Продолжительность экзамена по математике - четыре астрономических часа (240 минут).

Абитуриентам будет предложено 16 заданий, которые разбиты на 2 части. Первая часть содержит восемь заданий с кратким ответом в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Вторая часть содержит пять заданий с кратким ответом в виде целого числа или конечной десятичной дроби и три задания с развернутым ответом (полная запись решения с обоснованием выполненных действий). Все задачи строго соответствуют примерной программе по математике для поступающих в российские высшие учебные заведения в 2016 году.

**Примерные варианты заданий первой части вступительного испытания по математике:**

1. Шариковая ручка стоит 30 рублей. Какое наибольшее число таких ручек можно будет купить на 500 рублей после повышения цены на 20%?

2. Упростите выражение  $\frac{ab}{a+b} \left( \frac{a}{b} - \frac{b}{a} \right)$  и найдите его значение при  $a = \sqrt{3} - 1$ ,  $b = \sqrt{3} + 1$ .

3. Какова вероятность того, что при трех подбрасываниях симметричной монеты герб выпадет ровно два раза?

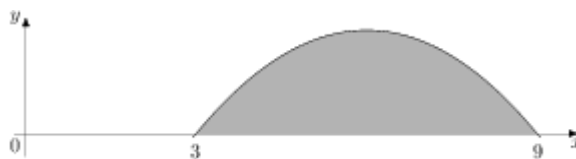
4. Найти значение выражения  $\log_{\sqrt[5]{5}} 25\sqrt{5}$ .

5. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $\sin A = \frac{3}{8}$ ,  $AC = 2\sqrt{55}$ . Найдите  $AB$ .

6. Найдите корень уравнения  $\left(\frac{1}{3}\right)^{x-8} = \frac{1}{9}$ .

7. Дана арифметическая прогрессия:  $-2, 9; -2, 6; \dots$  Укажите наименьший по абсолютной величине член арифметической прогрессии.

8. На рисунке изображён график некоторой функции  $y = f(x)$ .



Функция  $F(x) = -\frac{1}{15}x^3 + \frac{6}{5}x^2 - \frac{27}{5}x - \frac{1}{10}$  — одна из первообразных функции  $f(x)$ . Найдите площадь закрашенной фигуры.

Примерные варианты заданий второй части вступительного испытания по математике:

1. Дано:  $\cos \beta = 0.8$  и  $\frac{3\pi}{2} < \beta < 2\pi$ . Найдите  $\sin \beta$ .

2. От пристани  $A$  к пристани  $B$  отправился с постоянной скоростью первый теплоход, а через 1 час после этого следом за ним со скоростью на 1 км/ч большей отправился второй. Расстояние между пристанями равно 182 км. Найдите скорость первого теплохода, если в пункт  $B$  оба теплохода прибыли одновременно. Ответ дайте в км/ч.

3. Найдите наибольшее значение функции  $y = \frac{2014}{\pi}x + 4$  на отрезке  $\left[-\frac{5\pi}{6}; 0\right]$ .

4. После дождя уровень воды в колодце может повыситься. Мальчик измеряет время  $t$  падения небольших камешков в колодец и рассчитывает расстояние до воды по формуле  $h = 5t^2$ , где  $h$  — расстояние в метрах,  $t$  — время падения в секундах. До дождя время падения камешков составляло

1,4 с. На сколько должен подняться уровень воды после дождя, чтобы измеряемое время изменилось на 0,2 с? Ответ выразите в метрах.

5. Решите неравенство

$$\log_{\frac{a^2+2015}{a^2+2016}}(3x-5) \geq \log_{\frac{a^2+2015}{a^2+2016}}(x+8).$$

6. Решите уравнение

$$(2\sin^2 x - 7\sin x + 3)\log_{14}(-\cos x) = 0.$$

7. Сколько целых чисел содержится в множестве значений функции

$$y = 2\cos^2 x + \cos x - 2.$$

8. При каких значениях параметра  $a$  уравнение

$$25^{x+0.5} - (5a+2) \cdot 10^x + a \cdot 4^{x+0.5} = 0$$

имеет ровно два различных корня?

Уровень сложности двух групп предлагаемых задач соответствует уровням сложности задач, относящихся к части 1, 2 единого государственного экзамена, и для подготовки к вступительному экзамену по математике можно использовать многочисленные пособия по сдаче ЕГЭ.

На экзамене не разрешается использование калькуляторов и других электронных приборов. Это не поставит экзаменуемых в особенно трудное положение, так как правильные решения задач не потребуют слишком сложных вычислений.